

به نام او

احتمال و کاربردها

۹۶/۷/۳

$(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$

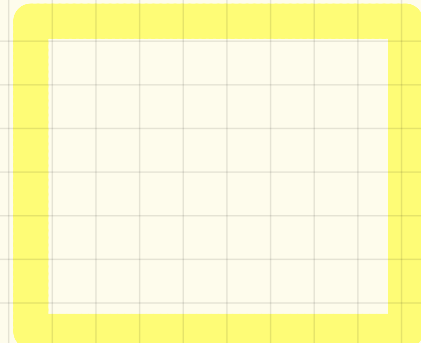
فیلد احتمال

Ω : فضای نمونه

\mathcal{F} : σ -جفت، σ -سازمانده

\mathbb{P} : اندازه احتمال

مثال: یک سیستم ازدواج آسان، مقصد \mathbb{P} بودن، $\Omega = \{1, 2, 3, 4\}$



$$\mathbb{P}[A^c] = 1 - \mathbb{P}[A]$$

گزاره:

اثبات:

$$A \cap A^c = \emptyset$$

$$1 = \mathbb{P}(\Omega) = \mathbb{P}(A \cup A^c) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(A^c) \Rightarrow \mathbb{P}(A^c) = 1 - \mathbb{P}(A)$$

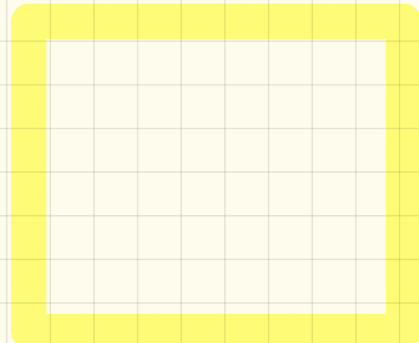
$A \cap A^c = \emptyset$

$$E \subset F \Rightarrow \mathbb{P}(E) \leq \mathbb{P}(F)$$

گزاره:

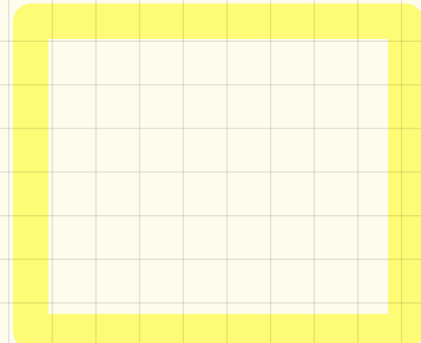
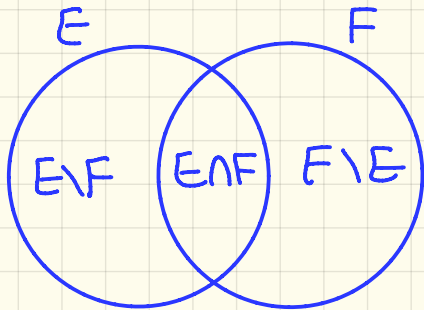
$$\mathbb{P}(F) = \mathbb{P}(\underbrace{(F \cap E)}_{\subset E} \cup \underbrace{(F \cap E^c)}_{\subset E^c}) = \underbrace{\mathbb{P}(F \cap E)}_{\mathbb{P}(E)} + \underbrace{\mathbb{P}(F \cap E^c)}_{\geq 0}$$

$$\Rightarrow \mathbb{P}(F) \geq \mathbb{P}(E)$$



$$FE := F \cap E$$

$$\begin{aligned} P(E \cup F) &= P[(E \cap F) \cup (E \setminus F) \cup (F \setminus E)] && \text{نزهة} \\ &= \underbrace{P[E \cap F]} + \underbrace{P[E \setminus F]} + \underbrace{P[F \setminus E]} + \underbrace{P[E \cap F]} - P[E \cap F] \\ &= \underbrace{P[(E \cap F) \cup (E \setminus F)]} + \underbrace{P[(F \setminus E) \cup (E \cap F)]} - P[E \cap F] \\ &= P[E] + P[F] - P[E \cap F] \end{aligned}$$

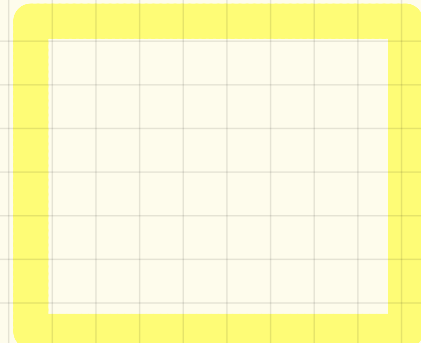


E_1, \dots, E_n

مگر او :

$$P[E_1 \cup \dots \cup E_n] = \sum_{i=1}^n P[E_i] - \sum_{i < j} P[E_i E_j] \\ + \sum_{i < j < k} P[E_i E_j E_k] \dots + (-1)^{n+1} P[E_1 \cup \dots \cup E_n]$$

اثبات : مساہہ سہ سہ سہ ...



اصل علم، حجاب! (من در آوردی)
بی تفاوتی
میلان:

$$|\Omega| = m$$

$$\Omega = \{H, T\}$$

$$P[H] := P[\{H\}]$$

$$P[H] = P[T]$$

$$P[H] + P[T] = 1 \Rightarrow P[H] = P[T] = \frac{1}{2}$$

اگر توجه معقولی برای بستن احتمال یکی از اعضا Ω از عضو دیگر نداشته باشیم

فرضی کنیم همه اعضا Ω هم احتمالند.

$$A \subset \Omega \quad P[A] = \sum_{x \in A} P[x] = \frac{|A|}{m}$$

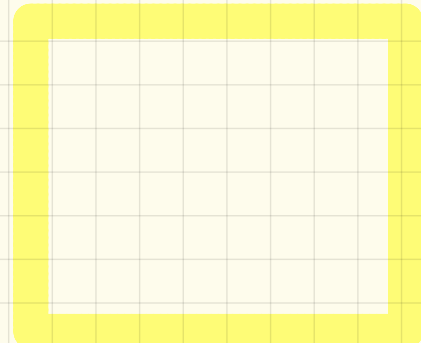
کتاب ۲ آمار و نگاه به مجموع:

$$\Omega = \{1, \dots, 12\}$$

$$\Omega' = \{(1,1), (1,2), \dots, (4,4)\} = \{1, \dots, 4\} \times \{1, \dots, 4\}$$

$$\forall a, b \in \Omega' : P[a] = P[b] \Rightarrow P[a] = \frac{1}{16}$$

$|\Omega'| = 16$



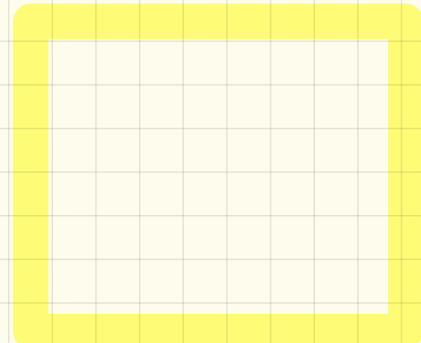
$$n! \sim \left(\frac{n}{e}\right)^n \sqrt{2\pi n}$$

S: مجموع اعداد

مطلوب: ترتيب اعداد

$$P[S=7] = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

$$P[S=1] = \frac{1}{16}$$



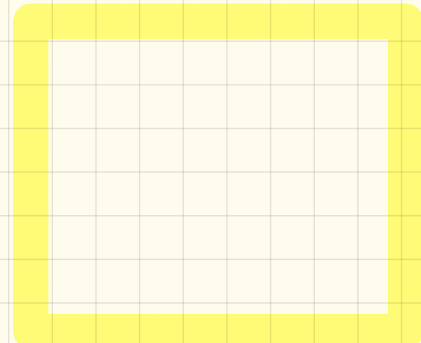
مسئله ۱: فرض کنید کتابی شامل ۶ توپ سفید و ۵ توپ مشکی

به تعداد ۳ توپ از کتاب درمی آوریم. احتمال یک توپ سفید و ۲ توپ مشکی؟

$$\sqrt{\frac{\binom{6}{1} \binom{5}{2}}{\binom{11}{3}}}$$

سه توپ همزمان و یکی یکی بدون جایگزینی

$$\{1, 2, 3\} = \{2, 1, 3\}$$

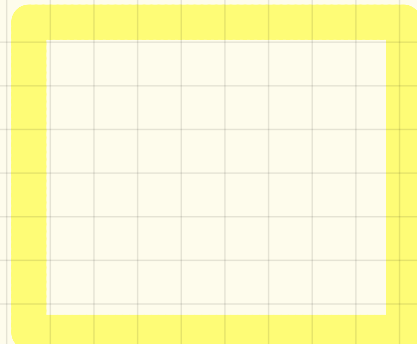
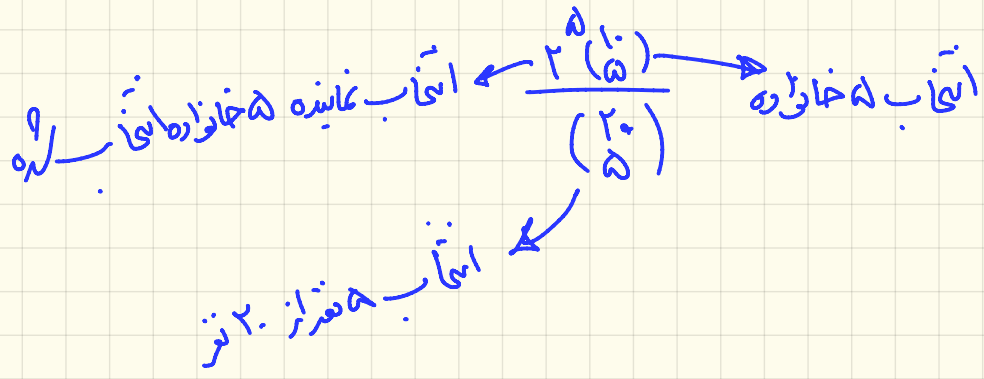


مسئله :

از زوج :

۵ نفر از تعداد انتخاب می کنیم.

احتمال این که این ۵ نفر نسبت به هم نداشتند باشند (هیچ زوجی در بین این ۵ نفر نباشند)



سؤال: ظرفی شامل n توپ n رنگی از آن‌ها ویژه است

کتاب بری داریم

احتمال حضور توپ ویژه در این کتاب؟

$$\frac{1}{n} = \frac{\binom{n-1}{k-1}}{\binom{n}{k}}$$

