

به نام او

احتمال و کاربردها

۹۶/۷/۱۵

احتمال سرچلی

بیراب ۲ تاس قندزد آبی

- ① تاس قندز ۴ آمده است \Leftarrow مجموع ۲ تاس محال است 3^p شود
② مجموع دو تاس ۵ آمده است

؛ با فیزد ① احتمال این که مجموع ۲ تاس ۵ شود : $\frac{1}{9}$

آبی قندز

(۲, ۱) - - - (۲, ۲)

$$\frac{1}{9} = \frac{4}{36} \text{ بدون فیزد ①}$$

۲) با فرض \mathcal{A} احتمال دارد مجموع آتاس ۵ باشد؟
 \mathcal{A} \mathcal{B} \mathcal{C} \mathcal{D} آتاس اول ۴ آمد، باشد؟
 \mathcal{E}

$(1, 4) (2, 3) (3, 2) (4, 1) \rightarrow$

فرض کنید \mathcal{E} در سطح مجموع ۲ آتاس از ۹ بزرگتر است $(1, 0) (1, 1) (1, 2)$

با این فرض احتمال مجموع \mathcal{A} احتمال است؟ \mathcal{B}

$(4, 4) (4, 2) (2, 5) (4, 2) (5, 5) (2, 4)$

{2, 12}

پاسخ به سوال قبل با استفاده از فضا نمونه

$$\frac{1}{36}, \frac{2}{36}, \dots, \frac{9}{36}, \frac{9}{36}, \dots, \frac{2}{36}, \frac{1}{36}$$

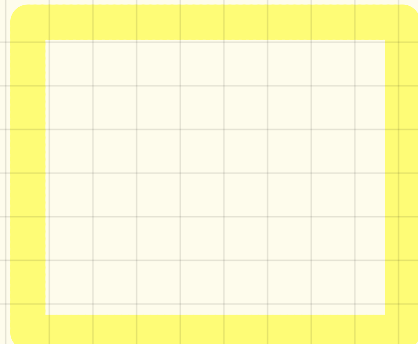
فرض کنید مجموع بزرگتر از 9 است. احتمال مجموع الحقیقی است؟
 S

$$\begin{array}{ccc} 10, 11, 12 \\ \frac{2}{36} & \frac{2}{36} & \frac{1}{36} \end{array}$$

$$P(S=11 | S > 9) = 2 P(S=12 | S > 9)$$

$$P(S=11 | S > 9) = \frac{2}{36} P(S=10 | S > 9)$$

$$\frac{\frac{2}{36}}{\frac{1}{36} + \frac{2}{36} + \frac{3}{36}} = \frac{1}{3}$$



$E, F \subset \Omega$ دو سیاهه

ی رلیتم F اتفاق امتاده است. این اطلاعات احتمال E چقدر است؟

$$\mathbb{P}(E|F)$$

$$F \subset E \Rightarrow \mathbb{P}(E|F) = 1$$

$$F \cap E = \emptyset \Rightarrow \mathbb{P}(E|F) = 0$$

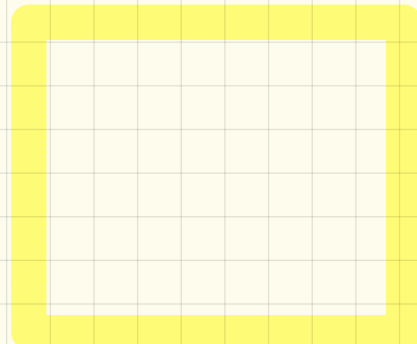
$$E_1 \cap E_2 = \emptyset \Rightarrow \mathbb{P}(E_1 \cup E_2 | F) = \mathbb{P}(E_1 | F) + \mathbb{P}(E_2 | F)$$

$$\Omega \rightarrow F$$

$$E \subset \Omega \rightarrow EF$$

$$\mathbb{P}(E|F) = \frac{\mathbb{P}(EF)}{\mathbb{P}(F)}$$

$$\mathbb{P}(F) > 0$$

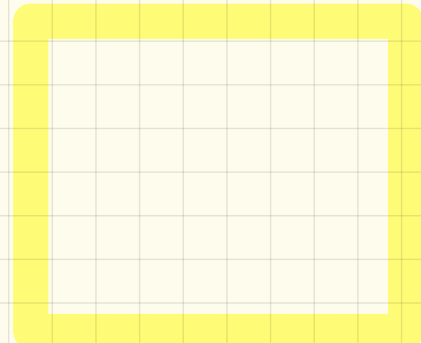


$E_1, E_2 \subset F$

$$P(E_1|F) / P(E_2|F) = P(E_1) / P(E_2)$$

"

$$\frac{P(E_1|F)}{P(F)} \cdot \frac{P(F)}{P(E_2|F)} = \frac{P(E_1|F)}{P(E_2|F)} = \frac{P(E_1)}{P(E_2)}$$



سؤال: فرض کنید وقت امتحان احتمال ۱ ساعت.
احتمال این که یک دانشجو امتحان خود را در زمان کمتر از x ساعت تمام کند $x/2$ است.

$$x \in [0, 1]$$

فرض کنید بعد از ۴۵ دقیقه دانشجو هنوز سر جلسه امتحان است.

احتمال این که در وقت قانونی امتحان را تمام کند چقدر است؟

$$P(E) = 1/2$$

E : بسامه تمام نکردن در ۱ ساعت

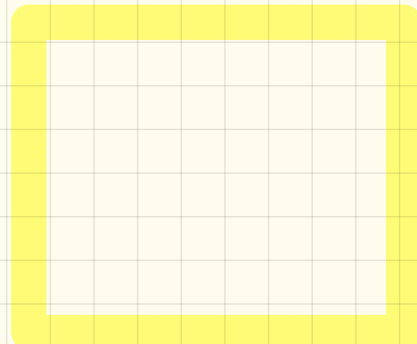
F : پس از ۴۵ دقیقه وقت ختم شدن

$$P(E|F) = \frac{P(EF)}{P(F)} = \frac{P(E)}{P(F)} = \frac{1/2}{1 - 3/8} = \frac{4}{5}$$

مسئله: خانواده‌ای ۲ فرزند

احتمال هر حالت یک به سرداست
به سرت هر حالت یک دست راست است $\frac{1}{2}$

فرزند اول دست چپ $\frac{1}{2}$

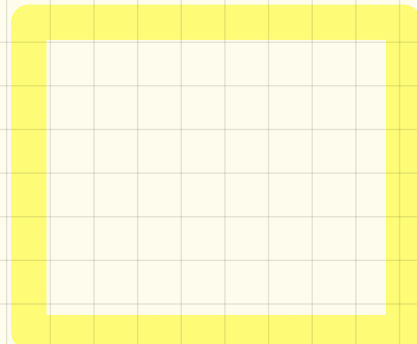


دو بچه در پرواز باشد E
یک بچه در ~ F

✓ $P(E|F) \approx$

$$\frac{\left(\frac{1}{1.5}\right)^2}{\frac{1}{1.5}} = \frac{1}{1.5}$$

X $P(E) = \frac{1}{1.5}$



مسئله: یک ظرف $r+b$ توپ قرمز آبی / توپ قرمز آبی
 $n \leq r+b$ توپ به تصادف را اندازند خارج می کنند. فرض کنید k تا پس قرمز است.

احتمال قرمز بودن اولین توپ؟

$$\begin{array}{c}
 | \dots | \quad r+b \\
 | \dots | \quad r \quad r+1 \dots r+b \\
 \underbrace{\hspace{1cm}} \quad \underbrace{\hspace{1cm}} \\
 \text{قرمز} \quad \text{آبی}
 \end{array}$$

$$\binom{r+b}{n} \times n!$$

$$\frac{\binom{r}{k} \binom{b}{n-k} k (n-1)!}{\binom{r}{k} \binom{b}{n-k} n!} = \frac{k}{n}$$

