به نام او

احتمال و کاربردها

۹۶/۸/۸

مثال: N: تعداد مشتری‌ها:

S محصول موجود $\longrightarrow$ p_i: i مشتری برای محصول

$S < N$ برای هر محصول فروش رفته: سود b

$S > N$ ~ ~ ~ ~ : ~ ~

~ ~ ~ مانده: ضرر l

چه S ای بهترین مقدار است؟

$\mathbb{E}[N] = \sum i p_i$ ✓

$b \sum i p_i - (S - \sum i p_i) l$??

$R(S)$: میزان سود نهایی

$$E[R(S)] = \sum_{i=0}^{S} p_i \left(bi-(S-i)\ell\right) + \sum_{i=S+1}^{\infty} p_i bS$$

$$= \sum_{i=0}^{S} ip_i b - S\ell p_i + ip_i\ell + \sum_{i=S+1}^{\infty} p_i bS$$

$$= \sum_{i=0}^{S} ip_i(b+\ell) + \underbrace{S\left(-\sum_{i=0}^{S} \ell p_i + \sum_{i=S+1}^{\infty} bp_i\right)}_{S\left(-\ell \underbrace{\mathbb{P}(N\le S)}_{q} + b\,\mathbb{P}(N>S)\right)}$$

$$S\left(-\ell q + b(1-q)\right)$$

$$\mathbb{E}[R(S)] = (b+\ell)\sum_{i=0}^{S} i p_i + S\left(b - \ell\, \mathbb{P}(N \leq S) - b\, \mathbb{P}(N \leq S)\right)$$

$$\mathbb{E}[R(S+1)] - \mathbb{E}[R(S)] = (b+\ell)(S+1)p_{S+1} + b$$

$$- (S+1)\,\ell\, \mathbb{P}(N \leq S+1) - (S+1)\,b\, \mathbb{P}(N \leq S+1)$$

$$+ S\,\ell\, \mathbb{P}(N \leq S) + S b\, \mathbb{P}(N \leq S)$$

$$= (b+\ell)(S+1)p_{S+1} + b - \ell\, \mathbb{P}(N \leq S+1) - b\, \mathbb{P}(N \leq S+1)$$

$$- S\,\ell\, \mathbb{P}(N = S+1) - S b\, \mathbb{P}(N = S+1)$$

$$= (b+\ell)(S+1)\, p_{S+1} + b - (\ell+b)\, \mathbb{P}(N \leq S+1)$$

$$- S p_{S+1}(\ell+b) = (b+\ell)p_{S+1} + b - (b+\ell)\, \mathbb{P}(N \leq S+1)$$

$$= b - (b+l)\,\mathbb{P}(N \le s)$$

صعودی برحسب s

نزولی برحسب s

$$\mathbb{P}(N \le s) \le \frac{b}{b+l}$$

بهترین میزان انبار مقدار از s است که $\mathbb{P}(N \le s-1) \le \frac{b}{b+l}$ و $\mathbb{P}(N \le s) > \frac{b}{b+l}$

۷/۱۰ ۱۰۰۰

۹/۱۰ -۵

$\begin{cases} ۹/۱۰ & ۲۰ \\ ۱ & ۸ \end{cases}$

۱/۱۰ -۱۰۰

$$
\begin{array}{llll}
X & 1 & & 0 \\
Y & \tfrac{1}{2} \;\; 10 & & \tfrac{1}{2} \;\; -10 \\
Z & \tfrac{1}{2} \;\; 100 & & \tfrac{1}{2} \;\; -100
\end{array}
$$

به طور متوسط سود: صفر

میزان پراکندگی متغیر تصادفی چیست؟

فاصله از میانگین چقدر زیاد است؟

$$X \quad \mathbb{E}[X - \mathbb{E}[X]] = \mathbb{E}[X] - \mathbb{E}[X] = 0$$

گزاره: $\mathbb{E}[aX+b] = a\mathbb{E}[X] + b$

$$\mathbb{E}[aX+b] = \sum_x p(x)(ax+b) = a\underbrace{\sum xp(x)}_{\mathbb{E}[X]} + b$$

$\mathbb{E}[|X-\mathbb{E}[X]|]$ $\qquad$ X

$\sigma_X^2 = \mathbb{E}[(X-\mathbb{E}[X])^2]$ $\qquad$ واریانس X

σ_X : انحراف معیار

$\sigma_X^2 = 0$

$\sigma_Y^2 = \mathbb{E}[(Y-0)^2] = \mathbb{E}[Y^2] = 100$ $\qquad$ 10

$\sigma_Z^2 = 10^4$ $\qquad$ 10^3

$$\mu_X = \mathbb{E}[X]$$

$$\sigma_X^2 = \mathbb{E}[(X-\mu)^2]$$

$$\sigma_X^2 = \mathbb{E}[(X-\mu)^2]$$

$$= \mathbb{E}[X^2 - 2\mu X + \mu^2]$$

بعدا اثبات می‌کنیم

$$= \mu^2 + \mathbb{E}[X^2] - 2\mu \underbrace{\mathbb{E}[X]}_{\mu} = \mathbb{E}[X^2] - \mathbb{E}[X]^2$$

$\mathbb{E}[X^n]$ گشتاور n ام X

$$\mathrm{var}(aX+b) = a^2\,\mathrm{var}(X)$$

$$= \mathbb{E}[(aX+b - \mathbb{E}[aX+b])^2]$$

$$= \mathbb{E}[(aX+b - a\mathbb{E}[X] - b)^2] = a^2\,\mathbb{E}[(X-\mathbb{E}[X])^2]$$

$$\sigma_{aX+b} = |a|\sigma_X$$

$$\mathrm{var}(\text{پرتاب تاس}) = \underbrace{\sum_{i=۱}^{۶} \frac{۱}{۶} i^{۲}}_{E[X^{۲}]} - \left(\frac{۷}{۲}\right)^{۲}$$

$$= \frac{۶ \times ۷ \times ۱۳}{۳۶} - \frac{۴۹}{۴} = \frac{۳۵}{۱۲}$$