به نام او

آمار و کاربرد

۹۵/۸/۱۸

برآورد نقطه‌ای-۲

سازگاری

پارامتر Θ ، V برآوردگر Θ

$$MSE = \mathbb{E}[(V-\Theta)^2]$$

نااریبی مجانبی

فرض کنید $\{V_n\}$ خانواده‌ای از برآوردگرها باشد که بر حسب سایز نمونه اندیس گذاری شده‌اند.

$\mathbb{E}[X] = \mu$ $\qquad$ $var(X) = \sigma^2$

$X_1, \dots, X_n$: n نمونه i.i.d. از X

$$\bar{X} = \frac{X_1 + \dots + X_n}{n}$$

$\{V_n\}$ را برای برآورد Θ سازگار گوییم هرگاه $\lim_{n\to\infty} MSE(V_n) = 0$

$$MSE(V_n) \xrightarrow{n\to\infty} 0 \iff \begin{cases} \left|E[V_n]-\theta\right| \xrightarrow{n\to\infty} \theta & \text{هدف درست است} \\ var(V_n) \xrightarrow{n\to\infty} 0 & \text{به هدف می خورد} \end{cases}$$

نااریبی مجانبی

$$var(\bar{X}_n) = \frac{\sigma^2}{n} \xrightarrow{n\to\infty} 0 \quad ✓$$

$$E[\bar{X}_n] = \mu \quad ✓$$

$$E[S^2] = \sigma^2$$

$$E[MSD] = E\left[\frac{\sum (X_i-\bar{X})^2}{n}\right] \overset{\text{لزوماً}}{\neq} \sigma^2$$

MSD اریب است. ولی مجانباً نااریب است.

$$E[MSD] = \frac{n-1}{n}\sigma^2 \xrightarrow{n\to\infty} \sigma^2$$

مثالی از یک برآوردگر که مجانباً نااریب بزنید.

۲۲۹ ۳۰۰

۲۱۱ ۳۶۳

طبیعی $[1, N]$ $[0, a]$ حقیقی

$N, a \geq \max(X_1, \ldots, X_k)$ $V = \max\{X_1, \ldots, X_k\}$

سوال: آیا V برآوردگر مجانباً نااریب از a است؟

سازگار

$$\mathbb{P}[V_k \le \beta] = \begin{cases} 1 & \beta > a \\ 0 & \beta \le 0 \\ \left(\frac{\beta}{a}\right)^k & \beta \in [0,a] \end{cases}$$

$$\mathbb{E}[V_k] = \int_0^{+\infty} (1 - F_k(x))\, dx = \int_0^a \left(1 - \left(\frac{x}{a}\right)^k\right) dx = a - \frac{1}{k+1} \frac{x^{k+1}}{a^k}\Big|_0^a$$

$$= a\left(1 - \frac{1}{k+1}\right) \xrightarrow{k \to \infty} a$$

سازگار؟ ...

* عکس جاهای مختلف نیاز به وزن دهی دارد

* مشکل زمانی عینک زدن و برداشتن در مواقع مختلف

* عینک آفتابی : طبی یا آفتابی