

به نام او

آمار و کاربرد

۹۵/۸/۲۵

بازهی اطمینان-تفاوت دو میانگین

در صورتی که X_i ها i.i.d و نرمال باشند
 توزیع t دانستجو با $n-1$ درجه آزادی $\rightarrow \frac{\bar{X} - \mu}{s/\sqrt{n}}$
 به میانگین μ

دو جامعه هدف: μ به اختلاف میانگین دولت در دو جامعه
 مثال: اختلاف میانگین درآمد خانم ها
 ~ ~ ~
 نمرات میان تدریس و یادگیری

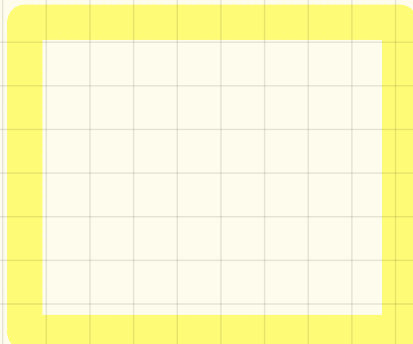
μ_x
 X_1, \dots, X_m

نمونه گیری جامعه اول

μ_y
 Y_1, \dots, Y_n
 نمونه گیری جامعه دوم

$$\mu_x - \mu_y \approx \bar{X} - \bar{Y}$$

دقت تقریب؟



$$\text{var}(\bar{X} - \bar{Y}) = \text{var}(\bar{X}) + \text{var}(\bar{Y})$$

$$X_i \sim N(\mu_X, \sigma_X^r)$$

$$Y_i \sim N(\mu_Y, \sigma_Y^r)$$

$$\text{var}(\bar{X}) = \frac{\sigma_X^r}{m}$$

$$\text{var}(\bar{Y}) = \frac{\sigma_Y^r}{n}$$

$$\bar{X} \sim N\left(\mu_X, \frac{\sigma_X^r}{m}\right)$$

$$\bar{Y} \sim N\left(\mu_Y, \frac{\sigma_Y^r}{n}\right)$$

also \rightarrow

$$\Rightarrow \bar{X} - \bar{Y} \sim N\left(\mu_X - \mu_Y, \frac{\sigma_X^r}{m} + \frac{\sigma_Y^r}{n}\right)$$

$$\mathbb{P}(\bar{X} - \bar{Y} \in (\mu_X - \mu_Y) \pm \underbrace{1,96}_{Z_\alpha} \sqrt{\frac{\sigma_X^r}{m} + \frac{\sigma_Y^r}{n}}) = \underbrace{0,92}_{1 - \alpha}$$

$$P(\bar{X} - \bar{Y} \in (\mu_X - \mu_Y) \pm \underbrace{1.96}_{Z_{\alpha}} \sqrt{\frac{\sigma_X^r}{m} + \frac{\sigma_Y^r}{n}}) = \underbrace{0.98}_{1 - \alpha}$$

?

$$\Rightarrow P(\bar{X} - \bar{Y} \in (\mu_X - \mu_Y) \pm t_{\alpha} \sqrt{\frac{S_X^r}{m} + \frac{S_Y^r}{n}}) = 1 - \alpha$$

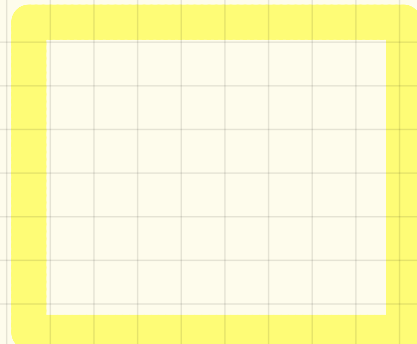
$m+n-2$: (دری؛ ۱؛ ۱؛ ۱) $m=n$ درجات

مقبره فقط درجات

$\sigma_X^r = \sigma_Y^r$
 و این دو را با هم
 میزنیم.

$$S_P^r = \frac{\sum (X_i - \bar{X})^r + \sum (Y_i - \bar{Y})^r}{(m-1) + (n-1)}$$

$$P(\bar{X} - \bar{Y} \in (\mu_X - \mu_Y) \pm t_{\alpha/(m-1)+(n-1)} S_P \sqrt{\frac{1}{m} + \frac{1}{n}}) = 1 - \alpha$$



$$\frac{S_x^r}{m} + \frac{S_y^r}{n}$$

$$S_p^r \left(\frac{1}{m} + \frac{1}{n} \right)$$

$$nS_x^r + mS_y^r$$

$$(n+m) S_p^r$$

$$\frac{n}{m-1} \sum (X_i - \bar{X})^r + \frac{m}{n-1} \sum (Y_i - \bar{Y})^r$$

$$\frac{n+m}{n+m-2} \left(\sum (X_i - \bar{X})^r + \sum (Y_i - \bar{Y})^r \right)$$

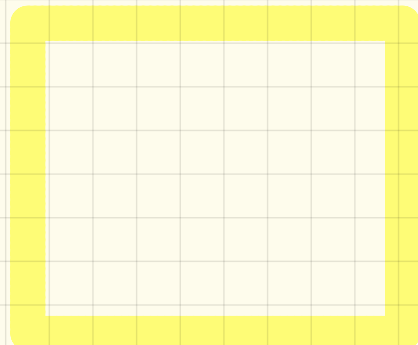
$m=n$

$$P(\underbrace{\bar{X} - \bar{Y} \pm t}_{\text{تصادفی}} \underbrace{S_p \sqrt{\frac{1}{m} + \frac{1}{n}}}_{\text{ثابت}} \ni \mu_x - \mu_y) = 1 - 2\alpha$$

تصادفی

ثابت

گام آخر: هر میانگین μ سیه زغال است!



مسئله اختلاف میانگین نمرات میان نمره در پایان نترم

نمرات میانگین نمرات آمار

$$X_1, \dots, X_n$$

$$Y_1, \dots, Y_n$$

n و $n+1$

نمرات در پایان نترم نمرات

$$\mu_x - \mu_y$$

$$\mu_x + \varepsilon_i \quad \text{نمره میانگین نمره } i$$

$$\mu_y + \varepsilon'_i \quad \text{نمره میانگین نمره } i$$

$$\text{var}(\mu_x - \mu_y + (\varepsilon_i - \varepsilon'_i)) = \text{var}(\varepsilon_i) + \text{var}(\varepsilon'_i)$$

$$\text{var}(\mu_x - \mu_y + (\varepsilon_i - \varepsilon'_i)) = \text{var}(\varepsilon - \varepsilon') < \text{var}(\varepsilon) + \text{var}(\varepsilon')$$

نمره مجبور شده اجتناب شده